

Science et Génie des Matériaux

24 juin 2009

Durée : 1 heure 58 minutes
Aucun document n'est autorisé
Toutes les calculatrices sont acceptées

1 Questions de cours (10 points)

- 1/10 1. Qu'est-ce que le niveau de Fermi ?
- 1/10 2. Le niveau d'énergie d'un électron libre dans une boîte périodique s'exprime de la façon suivante

$$\mathcal{E}_k = \frac{\hbar^2}{2m} k^2$$

Donnez la signification des différents termes.

- 1/10 3. À l'aide des questions précédentes, exprimez l'énergie du niveau de Fermi en fonction de la densité d'électrons $\rho = n/L^3$ où n est le nombre d'électrons et L le côté de la boîte périodique.
- 1/10 4. Donnez les définitions de deux variables caractérisant la composition d'un alliage.
- 1/10 5. Définissez pour un alliage binaire l'enthalpie de mélange Δh_m^{mix} .
- 1/10 6. Tracez l'allure de l'entropie de mélange en fonction du titre molaire en élément B dans le cas d'un alliage binaire A-B, et expliquez en la signification.
- 1/10 7. Tracez l'énergie de Gibbs d'un alliage binaire décrit par un modèle de solution idéale en fonction du titre molaire x en élément B, pour une température et une pression données. Dans un alliage de composition x^0 arbitraire, indiquez graphiquement les potentiels chimiques des éléments A et B.
- 1/10 8. Comment s'exprime la condition d'équilibre entre deux phases α et β dans un alliage binaire A-B ?
- 1/10 9. Dessinez schématiquement les courbes d'énergie de Gibbs en fonction du titre molaire en élément B de deux phases solides α et β et du liquide, à la température eutectique d'un alliage binaire A-B.
- 2/10 10. Démontrez la règle des bras de levier en notant w_0 le titre massique moyen en B d'un alliage binaire A-B, w_α et w_β les titres massiques en B respectifs des phases α et β en équilibre.

2 Fusion des métaux alcalins (10 points)

Les premiers travaux sur la fusion d'un solide datant du début du 20^e siècle s'appliquaient à trouver un critère simple permettant de prédire les conditions d'apparition de ce phénomène. En 1910, Lindemann proposa le critère suivant : une élévation de la température accroît la vibration des atomes autour de leur position d'équilibre à 0 K. Lorsque l'amplitude maximale de ces vibrations atteint une fraction f de la distance inter-atomique r_0 à 0 K, la fusion a lieu.

Dans le cas des « bons » métaux (tels que les métaux alcalins) la liaison inter-atomique est relativement bien décrite par le modèle rudimentaire suivant :

$$E(r) = \frac{A}{r^2} - \frac{B}{r} \quad (1)$$

où E est l'énergie d'une paire d'atomes, fonction de la distance r entre les 2 atomes de la paire, et A et B deux constantes spécifiques à l'atome considéré.

- 2/10 1. Donnez la signification physique en quelques lignes des termes de l'Eq. (1).
- 2/10 2. Exprimez la distance d'équilibre r_0 en fonction de A et B .
- 2/10 3. En posant $r = r_0 + \delta$ où δ est l'amplitude d'une vibration autour de la position d'équilibre à 0 K, procédez au développement limité de l'Eq. (1) autour de r_0 jusqu'au 2^e ordre en δ pour démontrer que :

$$E(r) \approx E(r_0) + \frac{B}{2r_0^3} \delta^2 \quad (2)$$

- 2/10 4. Sachant qu'une température $T > 0$ K conduit à une élévation de l'énergie inter-atomique $\Delta E = E(r) - E(r_0) = k_B T$, exprimez à l'aide du critère de Lindemann la température de fusion en fonction de r_0 , B et f .
- 2/10 5. À partir des températures de fusion des métaux alcalins du tableau ci-dessous, déterminez pour chacun d'eux la fraction f de Lindemann.

	Li	Na	K	Rb	Cs
r_0 (Å)	1,72	2,08	2,57	2,75	2,98
B (10^{-28} Jm)	1,5686	1,297	1,0498	0,9811	0,90537
T_f (K)	180,5	97,8	63,5	39,3	28,5

Donnée : $k_B = 1,38 \cdot 10^{23}$ J/K.